# H10 センターI・A 98/01/17　NO1

## 第1問 (必答問題)(配点 40)

[1] $a$ を実数とするとき、放物線

$$y = x^2 + ax + a - 4 \cdots ①$$

と2次方程式

$$x^2 + ax + a - 4 = 0 \cdots ②$$

について考える。

(1) 放物線 ①の頂点の $y$ 座標は

$$-\left(\frac{a - \boxed{ア}}{\boxed{イ}}\right)^2 - \boxed{ウ}$$

である。したがって、2次方程式②は二つの解 $\alpha, \beta$ をもつ。ここで、$(\alpha - \beta)^2 < 28$ となるのは $\boxed{エオ} < a < \boxed{カ}$ のときである。

(2) 放物線 ①は $a$ の値にかかわらず点 $(-\boxed{キ}, -\boxed{ク})$ を通る。また、①の頂点は放物線

$$y = -x^2 - \boxed{ケ}x - \boxed{コ} \cdots ③$$

上にある。

(3) 二つの放物線 ①と③の頂点の $y$ 座標が等しくなるのは
$a=\boxed{サ}$
のときである。

[2] A,B 二人のそれぞれがもつ袋には、次のように点数のついた玉が6個ずつ入っている。

A の袋 : 6点の玉2個、3点の玉1個、0点の玉3個

B の袋 : 6点の玉1個、3点の玉3個、0点の玉2個

A,B は、各自の袋から玉を1個取り出して元に戻す。このとき、取り出した玉の点数をその人の得点とする。これを2回行って合計得点について考える。

(1) A の合計得点が6点になる確率は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソ}}$ である。

(2) A の合計得点の期待値は $\boxed{タ}$ である。

(3) A の合計得点と B の合計得点がともに6点になる確率は $\dfrac{\boxed{チツテ}}{1296}$ である。

(4) A の合計得点と B の合計得点が等しくなる確率は $\dfrac{\boxed{トナニ}}{1296}$ である。

## 第2問 (必答問題)(配点 40)

[1] $x$ の整式

$$A = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 1$$

がある。

(1) $A$ を $x^2 - 5x - 2$ で割ったとき

商は　$x^2 - \boxed{ア}x + \boxed{イ}$

余りは　$\boxed{ウ}x + \boxed{エ}$

である。

(2) $x = 2 + \sqrt{3}$ のとき

$$x^2 - 4x = \boxed{オカ}$$

であり、そのときの $A$ の値は $\boxed{キ}$ となる。

[2] 四角形 ABCD は円に内接し、$\angle$ ABC は鈍角で

$$\mathrm{AB} = 2, \mathrm{BC} = \sqrt{6}, \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

とする。また、線分 AC と BD は直角に交わるとする。

このとき

$\cos\angle\mathrm{ABC}= \dfrac{\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}}{\boxed{コ}}$, $\mathrm{AC}= \boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}$

となる。円の半径は $\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$ であり

$\sin\angle\mathrm{CBA}= \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$, $\sin\angle\mathrm{ACB}= \dfrac{\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$

となる。また、AC と BD の交点を H とおくと、$\mathrm{DH}=\boxed{トナ}\mathrm{BH}$ である。

**第 3 問** (選択問題)(配点 20)

正の偶数を小さいものから順に並べた数列

$$2, 4, 6, 8, \cdots\cdots$$

について考える。

(1) 連続して並ぶ 5 項のうち、初めの 3 項の和が次の 2 項の和に等しければ、5 項のうちの中央の項は $\boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) 連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち、初めの $n+1$ 項の和が次の $n$ 項の和に等しければ、$2n+1$ 項のうちの中央の項は

$$\boxed{\text{ウ}}n^2 + \boxed{\text{エ}}n$$

である。

(3) 連続して並ぶ 5 項のうち、初めの 3 項の 2 乗の和が次の 2 項の 2 乗の和に等しければ、5 項のうちの中央の項は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(4) 連続して並ぶ $2n+1$ 項のうち、初めの $n+1$ 項の 2 乗の和が次の $n$ 項の 2 乗の和に等しければ、$2n+1$ 項のうちの中央の項は

$$\boxed{\text{キ}}n^2 + \boxed{\text{ク}}n$$

である。

**第 4 問** (選択問題)(配点 20)

三角形 ABC の辺 AB,AC 上にそれぞれ点 D,E を AD : AE = 2 : 3 となるようにとる。直線 DE と直線 BC は点 F で交わるとする。

(1) AD : BD = 2 : 3 ,AE : CE = 3 : 1 であるとき、三角形 ADE の面積を $S$、四角形 BCED の面積を $T$ とすれば、$\dfrac{S}{T} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) BD : CE = 3 : 1 とする。このとき ,$\dfrac{\mathrm{BF}}{\mathrm{CF}} = \dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

さらに、4 点 B,C,E,D が同一円周上にあるとき、AD=$2a$,CE=$b$ とおくと、$\boxed{\text{オ}}a = \boxed{\text{カ}}b$ である。したがって

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}, \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{BD}} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。また、$\dfrac{\mathrm{EF}}{\mathrm{DF}} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$

**第 5 問** (選択問題)(配点 20)

つぎのプログラムは 2 以上の自然数 $N$ を入力したとき、$N$ 以上の最小の 2 の累乗 $2^a$ を求め、$a$ と $b = 2^a$ を表示させるものである。変数 $A$ と変数 $B$ がそれぞれ $a$ と $b$ とに対応する。

```
10 INPUT N
20 A=0
30 B=1
40 A=A [ア] 1
50 B=B [イ] 2
60 IF B [ウ] N THEN GOTO [エオ]
70 PRINT "A=";A," B=";B
80 END
```

(1) 上の $\boxed{\text{ア}}$,$\boxed{\text{イ}}$,$\boxed{\text{ウ}}$ について、当てはまるものを、次の⓪〜⑨のうちから選び、$\boxed{\text{エオ}}$ については行番号を入れて、プログラムを完成せよ。

⓪ +　① −　② ∗　③ /　④ =
⑤ <>　⑥ >　⑦ <　⑧ >=　⑨ <=

(2) $N$ に 5 を入力したとき、40 行は $\boxed{\text{カ}}$ 回実行され、画面には $A$ として $\boxed{\text{キ}}$ が表示され、$B$ として $\boxed{\text{ク}}$ が表示される。

(3) $N$ に 1998 を入力したとき、画面には $A$ として $\boxed{\text{ケコ}}$ が表示され、$B$ として $\boxed{\text{サシスセ}}$ が表示される。