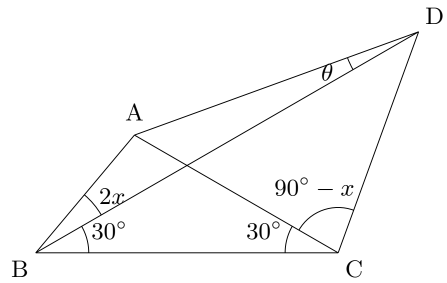
【整角四角形 $Q(180-2d,\ 30,\ 30,\ d)$】

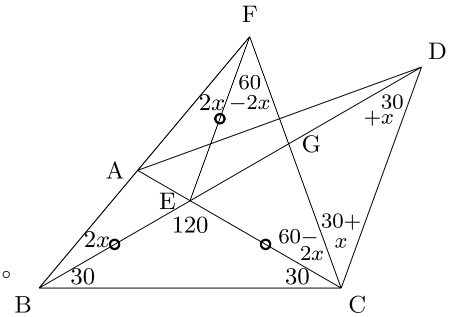
$\angle\mathrm{ABD}=2x,\ \angle\mathrm{DBC}=\angle\mathrm{ACB}=30^\circ,\ \angle\mathrm{ACD}=90^\circ-x$

つまり，$a+2d=180^\circ,\ b=c=30^\circ$ ならば

$$\theta=x=\frac{a}{2} \text{ である。}$$



【解答】図において，単位 (°) は省略する。



$\angle\mathrm{DBC}+\angle\mathrm{DCB}=30^\circ+30^\circ+(90^\circ-x)=150^\circ-x$ より

$\angle\mathrm{BDC}=30^\circ+x$

対角線 AC と BD の交点を E とする。

線分 BA の延長線上に $\angle\mathrm{BFC}=60^\circ$ となる点 F をとると，

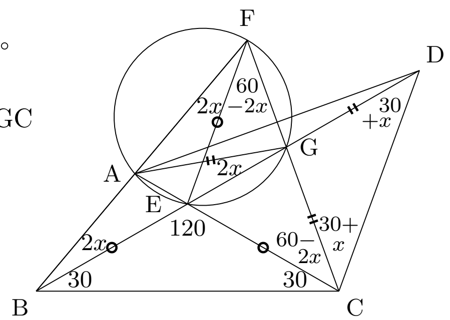
$$\mathrm{EB}=\mathrm{EC},\ \angle\mathrm{BFC}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{BEC}$$

より，点 E は $\triangle\mathrm{BFC}$ の外心であるから，$\mathrm{EF}=\mathrm{EC}$ である。

$\angle\mathrm{ECF}=\angle\mathrm{EFC}=90^\circ-(2x+30^\circ)=60^\circ-2x$

$\angle\mathrm{FCD}=\angle\mathrm{ACD}-\angle\mathrm{ACF}=(90^\circ+x)-(60^\circ-2x)=30^\circ+x$

よって，線分 BD と CF の交点を G とすると，$\mathrm{GC}=\mathrm{GD}$



$\angle\mathrm{AFG}+\angle\mathrm{AEG}=180^\circ$ より四角形 AFGE は円に内接する。

$\angle\mathrm{AGE}=\angle\mathrm{AFE}=2x$

$\angle\mathrm{CAG}=\angle\mathrm{EAG}=\angle\mathrm{EFG}=60^\circ-2x=\angle\mathrm{ACG}$ より $\mathrm{GA}=\mathrm{GC}$

よって，$\triangle\mathrm{AGD}$ は $\mathrm{GA}=\mathrm{GD}$ の二等辺三角形である。

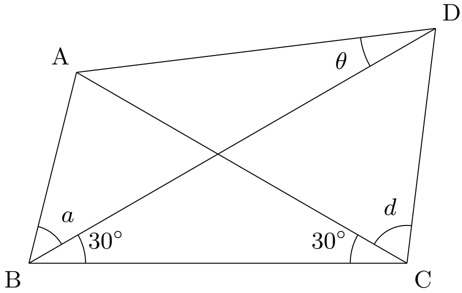
$$\angle\mathrm{ADB}=\angle\mathrm{ADE}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{AGE}=\boldsymbol{x=\frac{a}{2}}$$

a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
2	30	30	89	1	22	30	30	79	11	42	30	30	69	21
4	30	30	88	2	24	30	30	78	12	44	30	30	68	22
6	30	30	87	3	26	30	30	77	13	46	30	30	67	23
8	30	30	86	4	28	30	30	76	14	48	30	30	66	24
10	30	30	85	5	30	30	30	75	15	50	30	30	65	25
12	30	30	84	6	32	30	30	74	16	52	30	30	64	26
14	30	30	83	7	34	30	30	73	17	54	30	30	63	27
16	30	30	82	8	36	30	30	72	18	56	30	30	62	28
18	30	30	81	9	38	30	30	71	19	58	30	30	61	29
20	30	30	80	10	40	30	30	70	20					

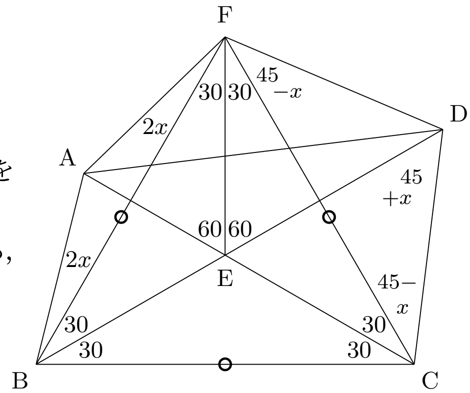
【整角四角形 $Q(180-2d,\ 30,\ 30,\ d)$】

$a+2d=180^\circ,\ b=c=30^\circ,\ 30^\circ<a<60^\circ$

ならば　$\theta=90^\circ-d$ である。



【解答】図において，単位 (°) は省略する。



$a=30^\circ+2x$ とすると

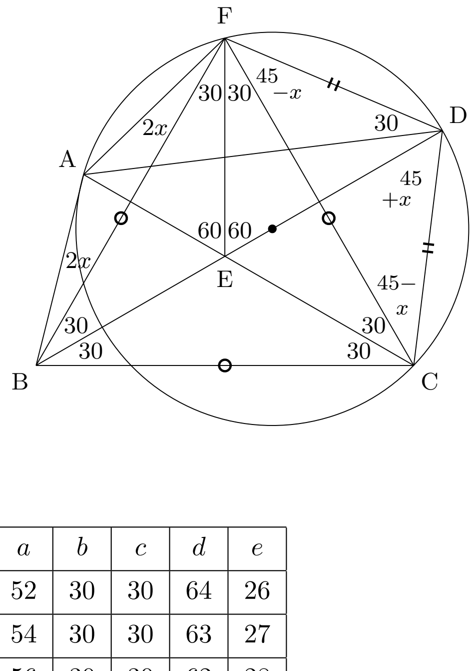
$d=90^\circ-\dfrac{a}{2}=75^\circ-x=30^\circ+(45^\circ-x)$

対角線 AC と BD の交点を E とし，正三角形 BCF を点 A 側に作る。

直線 AC と BD がそれぞれ正三角形 BCF の対称軸から，

$\angle\mathrm{AFB}=\angle\mathrm{ABF}=2x,\ \angle\mathrm{CFD}=\angle\mathrm{FCD}=45^\circ-x$

$\angle\mathrm{FDB}=\angle\mathrm{CDB}=90^\circ-(45^\circ-x)=45^\circ+x$



$\angle\mathrm{AFD}=2x+60^\circ+(45^\circ-x)=105^\circ+x$

$\angle\mathrm{ACD}=30^\circ+(45^\circ-x)=75^\circ-x$ であるから

$\angle\mathrm{AFD}+\angle\mathrm{ACD}=180^\circ$ が成り立つ。

よって，四角形 ACDF は円に内接する。

したがって $\angle\mathrm{ADF}=\angle\mathrm{ACF}=30^\circ$

$\angle\mathrm{ADB}=(45^\circ+x)-30^\circ=15^\circ+x=\boldsymbol{90^\circ+d}$

a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
32	30	30	74	16	42	30	30	69	21	52	30	30	64	26
34	30	30	73	17	44	30	30	68	22	54	30	30	63	27
36	30	30	72	18	46	30	30	67	23	56	30	30	62	28
38	30	30	71	19	48	30	30	66	24	58	30	30	61	29
40	30	30	70	20	50	30	30	65	25					