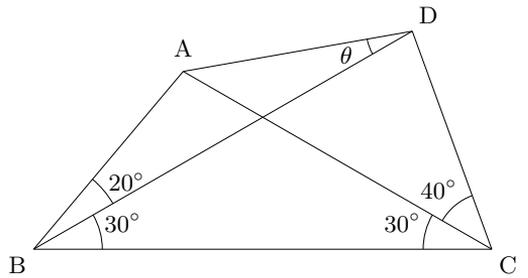


【整角四角形 $Q(20, 30, 30, 40)$ 】

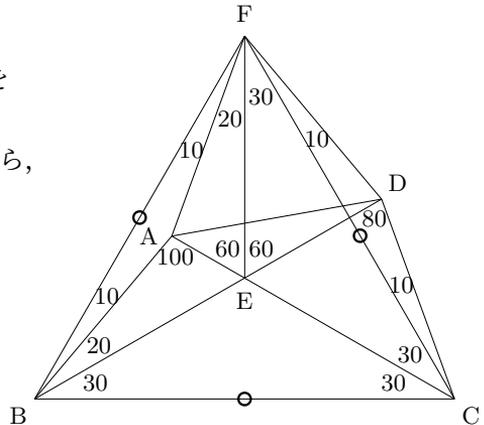
図の θ の角度を求めよ。



【解答 1】図において、単位 ($^\circ$) は省略する。

対角線 AC と BD の交点を E とし、正三角形 BCF を点 A 側にする。

直線 AC と BD がそれぞれ正三角形 BCF の対称軸から、自明な角は右図ようになる。



$\triangle ABF$ と $\triangle DCF$ は一辺と両端の角が等しいから

$\triangle ABF \cong \triangle DCF$ よって $AF = DF$

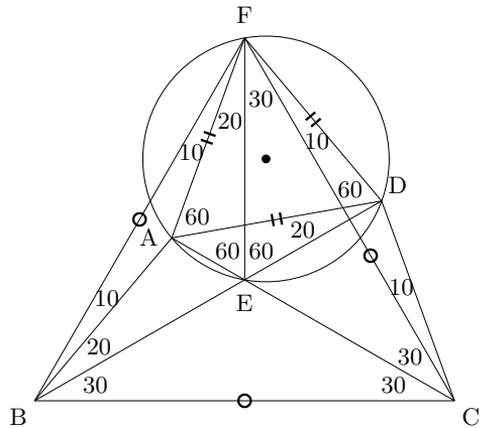
また、 $\angle AFD = 60^\circ$ より $\triangle AFD$ は正三角形である。

$\angle FAD = \angle FDA = 60^\circ$ より $\angle FAD = \angle FED$

線分 FD から見て、2 点 A と E は同じ側にあるから、四角形 AEDF は円に内接する。

したがって

$\angle DAC = \angle DFE = 40^\circ$, $\angle ADB = \angle AFE = 20^\circ$



【予備知識】四角形 AEDF が円に内接する条件

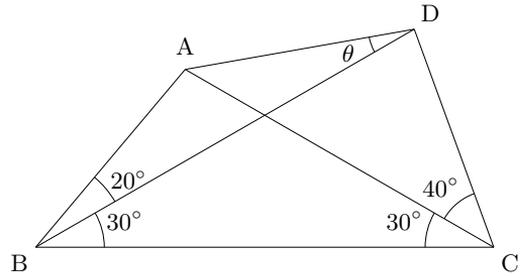
$a + d = 60^\circ$, $b = c = 30^\circ$ のとき

$\theta = a$ ただし、 $a < 30^\circ$

a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e
1	30	30	59	1	11	30	30	49	11	21	30	30	39	21
2	30	30	58	2	12	30	30	48	12	22	30	30	38	22
3	30	30	57	3	13	30	30	47	13	23	30	30	37	23
4	30	30	56	4	14	30	30	46	14	24	30	30	36	24
5	30	30	55	5	15	30	30	45	15	25	30	30	35	25
6	30	30	54	6	16	30	30	44	16	26	30	30	34	26
7	30	30	53	7	17	30	30	43	17	27	30	30	33	27
8	30	30	52	8	18	30	30	42	18	28	30	30	32	28
9	30	30	51	9	19	30	30	41	19	29	30	30	31	29
10	30	30	50	10	20	30	30	40	20					

【整角四角形 $Q(20, 30, 30, 40)$ 】

図の θ の角度を求めよ。



【解答 2】 図において，単位 ($^\circ$) は省略する。

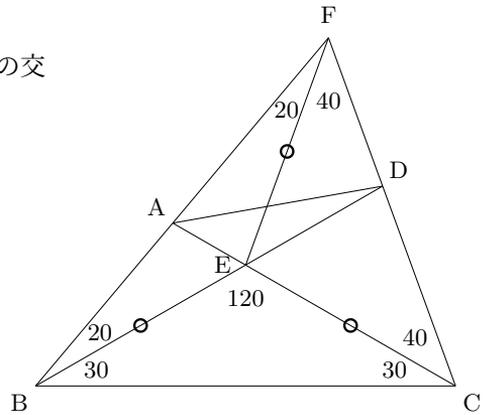
対角線 AC と BD の交点を E とし，直線 BA と CD の交点を F とする。

$$\angle BFC = 180^\circ - (20^\circ + 30^\circ + 30^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

$$EB = EC, \angle BFC = \frac{1}{2} \angle BEC$$

より，点 E は $\triangle BFC$ の外心である。

自明な角は右図のようになる。



$$\angle AFD + \angle AED = 180^\circ \text{ より}$$

四角形 AFDE は円に内接する。

したがって

$$\angle DAC = \angle DFE = 40^\circ, \angle ADB = \angle AFE = 20^\circ$$

【予備知識】 四角形 AFDE が円に内接する条件

$$a + d = 60^\circ, b = c = 30^\circ \text{ のとき}$$

$$\theta = a \text{ ただし, } a < 30^\circ$$

