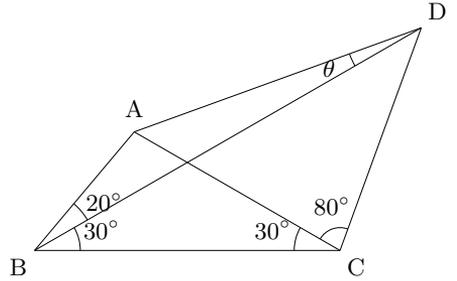


【整角四角形 $Q(20, 30, 30, 80)$ 】

図の θ の角度を求めよ。



【解答】図において、単位 ($^\circ$) は省略する。

対角線 AC と BD の交点を E とする。

線分 BA の延長線上に $\angle BFC = 60^\circ$ となる点 F をとると、

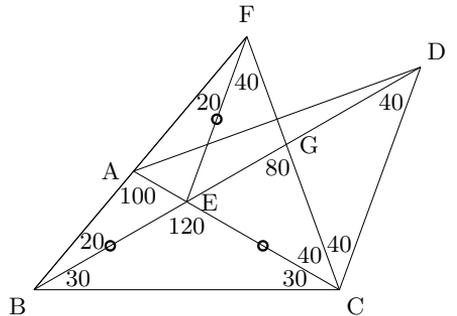
$$EB = EC, \angle BFC = \frac{1}{2} \angle BEC$$

より、点 E は $\triangle BFC$ の外心である。

よって、 $EF = EC$ である。

また、線分 BD と CF の交点を G とする。

自明な角は右図のようにになる。



$\angle AFG + \angle AEG = 180^\circ$ より四角形 AFGE は円に内接する。

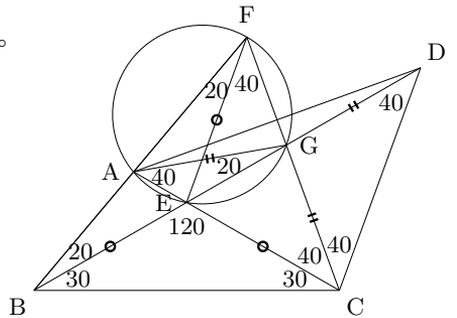
$$\angle AGE = \angle AFE = 20^\circ$$

$\angle CAG = \angle EAG = \angle EFG = 40^\circ = \angle ACG$ より $GA = GC$

$\angle GCD = \angle GDC = 40^\circ$ より $GC = GD$

よって、 $\triangle AGD$ は $GA = GD$ の二等辺三角形である。

$$\angle ADB = \angle ADE = \frac{1}{2} \angle AGE = 10^\circ$$



【予備知識】四角形 AFGE が円に内接する条件

$$a = 2\alpha, b = c = 30^\circ, d = 90^\circ - \alpha$$

つまり $a + 2d = 180^\circ$ のとき $\theta = \alpha = \frac{a}{2}$ ただし、 $\alpha < 30^\circ$

| a | b | c | d | e | a | b | c | d | e | a | b | c | d | e |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 30 | 30 | 89 | 1 | 22 | 30 | 30 | 79 | 11 | 42 | 30 | 30 | 69 | 21 |
| 4 | 30 | 30 | 88 | 2 | 24 | 30 | 30 | 78 | 12 | 44 | 30 | 30 | 68 | 22 |
| 6 | 30 | 30 | 87 | 3 | 26 | 30 | 30 | 77 | 13 | 46 | 30 | 30 | 67 | 23 |
| 8 | 30 | 30 | 86 | 4 | 28 | 30 | 30 | 76 | 14 | 48 | 30 | 30 | 66 | 24 |
| 10 | 30 | 30 | 85 | 5 | 30 | 30 | 30 | 75 | 15 | 50 | 30 | 30 | 65 | 25 |
| 12 | 30 | 30 | 84 | 6 | 32 | 30 | 30 | 74 | 16 | 52 | 30 | 30 | 64 | 26 |
| 14 | 30 | 30 | 83 | 7 | 34 | 30 | 30 | 73 | 17 | 54 | 30 | 30 | 63 | 27 |
| 16 | 30 | 30 | 82 | 8 | 36 | 30 | 30 | 72 | 18 | 56 | 30 | 30 | 62 | 28 |
| 18 | 30 | 30 | 81 | 9 | 38 | 30 | 30 | 71 | 19 | 58 | 30 | 30 | 61 | 29 |
| 20 | 30 | 30 | 80 | 10 | 40 | 30 | 30 | 70 | 20 | | | | | |