組立除法

整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-\alpha$ で割ったときの商や余りを求める計算は，次の方法が便利である。

$P(x)=a_0\,x^3+a_1\,x^2+a_2\,x+a_3$ を $x-\boldsymbol{\alpha}$ で割るとき，商が $\boldsymbol{b_0}x^2+\boldsymbol{b_1}x+\boldsymbol{b_2}$，余りが $\boldsymbol{R}$ になるとすれば，次のようになる。

$$
\begin{array}{rlllll}
 & b_0x^2 & +b_1x & +b_2 & & \\ \cline{2-5}
x-\alpha \big) & a_0x^3 & +a_1x^2 & +a_2x & +a_3 & \qquad b_0=a_0 \\
 & b_0x^3 & -\alpha b_0x^2 & & & \\ \cline{2-5}
 & & b_1x^2 & +a_2x & & \qquad b_1=a_1+\alpha\,b_0 \\
 & & b_1x^2 & -\alpha b_1x & & \\ \cline{3-5}
 & & & b_2x & +a_3 & \qquad b_2=a_2+\alpha\,b_1 \\
 & & & b_2x & -\alpha b_2 & \\ \cline{4-5}
 & & & & R & \qquad R=a_3+\alpha\,b_2
\end{array}
$$

よって，右のようにして，$P(x)$ の係数 $\boldsymbol{a_0}$，$\boldsymbol{a_1}$，$\boldsymbol{a_2}$，$\boldsymbol{a_3}$ と $\boldsymbol{\alpha}$ から，**商の係数** $\boldsymbol{b_0}$，$\boldsymbol{b_1}$，$\boldsymbol{b_2}$ **と余り** $\boldsymbol{R}$ が簡単に求められ，割り算の**「商」**と**「余り」**が得られる。この方法を**組立除法**という。

$$
\begin{array}{r|cccc}
\alpha & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\
 & & \alpha b_0 & \alpha b_1 & \alpha b_2 \\ \hline
 & b_0 & b_1 & b_2 & \multicolumn{1}{|c}{R}
\end{array}
$$

商　$\boldsymbol{b_0x^2+b_1x+b_2}$　余り $\boldsymbol{R}$

例題 組立除法を用いて，商と余りを求めよ。

(1) $(2x^3-x^2-3x+3)\div(x-2)$

$$
\begin{array}{r|cccc}
2 & 2 & -1 & -3 & 3 \\
 & & 4 & 6 & 6 \\ \hline
 & 2 & 3 & 3 & \multicolumn{1}{|c}{9}
\end{array}
$$

商　$\boldsymbol{2x^2+3x+3}$ と

余り $\boldsymbol{9}$ が得られる。

(2) $(2x^3+5x^2-2)\div(x+3)$

$$
\begin{array}{r|cccc}
-3 & 2 & 5 & 0 & -2 \\
 & & -6 & 3 & -9 \\ \hline
 & 2 & -1 & 3 & \multicolumn{1}{|c}{-11}
\end{array}
$$

商　$\boldsymbol{2x^2-x+3}$ と

余り $\boldsymbol{-11}$ が得られる。

練習問題　組立除法を用いて，商と余りを求めよ。

(1) $(2x^3-3x+5)\div(x-2)$

(2) $(2x^3-3x^2-11x+6)\div(x+2)$