

第1問 (必答問題)(配点 25)

[1] 2次方程式 $x^2 - 3x - 1 = 0$ の解が α, β で, $\alpha > \beta$ とするとき,

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}, \beta = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}$$

である。また,

$$m < \alpha < m + 1 \text{ を満たす整数 } m \text{ の値は } m = \boxed{\text{エ}}$$

$$n < \beta < n + 1 \text{ を満たす整数 } n \text{ の値は } n = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

次に,

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$$

であり,

$$\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = \boxed{\text{ケコ}} \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

[2] a は実数とし, b は 0 でない実数とする。 a と b に関する条件 p, q, r を次のように定める。

p : a, b はともに有理数である

q : $a + b, ab$ はともに有理数である

r : $\frac{a}{b}$ は有理数である

(1) 次の $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを, 下の ①~③ のうちから一つ選べ。

条件 p の否定 \bar{p} は $\boxed{\text{ス}}$ である。

- ① 「 a, b はともに有理数である」
- ② 「 a, b はともに無理数である」
- ③ 「 a, b の少なくとも一方は有理数である」
- ④ 「 a, b の少なくとも一方は無理数である」

(2) 次の $\boxed{\text{セ}}$ に当てはまるものを, 下の ①~③ のうちから一つ選べ。

条件「 q かつ r 」は条件 p が成り立つための $\boxed{\text{セ}}$ である。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 次の ①~⑦ のうち, 正しいものは $\boxed{\text{ソ}}$ である。

- ① 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ② 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。
- ③ 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ④ 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。
- ⑤ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ⑥ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。
- ⑦ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ⑧ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。

第2問 (必答問題)(配点 25)

2次関数

$$y = 6x^2 + 11x - 10 \quad \dots\dots ①$$

について考える。

①において, $y \leq 0$ となる x の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

①のグラフを x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動して得られるグラフを G とする。 G が原点 $(0, 0)$ を通るとき,

$$b = \boxed{\text{カキ}} a^2 + \boxed{\text{クケ}} a + \boxed{\text{コサ}}$$

であり, このとき G を表す 2次関数は

$$y = \boxed{\text{シ}} x^2 - \left(\boxed{\text{スセ}} a - \boxed{\text{ソタ}} \right) x \quad \dots\dots ②$$

である。

$x = -2$ と $x = 3$ に対応する 2次関数 ② の値が等しくなるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

のときである。このとき, 2次関数 ② の $-2 \leq x \leq 3$ における

$$\text{最小値は } \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \text{ 最大値は } \boxed{\text{ネノ}}$$

である。

第3問 (必答問題)(配点 25)

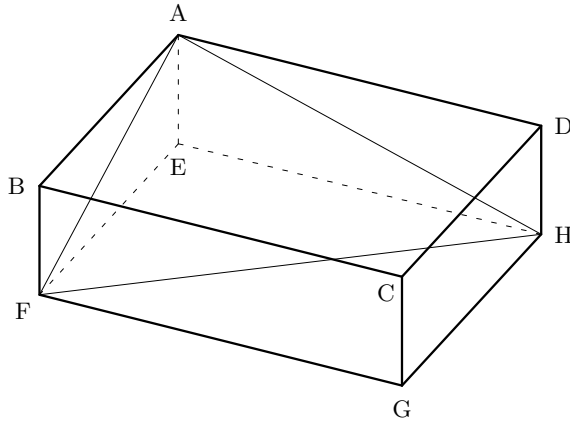
下の図のような直方体 ABCD-EFGH において、

$$AE = \sqrt{10}, AF = 8, AH = 10$$

とする。

このとき、 $FH =$ であり、 $\cos \angle FAH = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

また、三角形 AFH の面積は $\sqrt{\text{キ}}$ である。



次に、 $\angle AFH$ の二等分線と辺 AH の交点を P、 $\angle FAH$ の二等分線と辺 FH の交点を Q、線分 FP と線分 AQ の交点を R とする。このとき、R は三角形 AFH の である。次の ①~② のうちから に当てはまるものを一つ選べ。

- ① 重心 ② 外心 ③ 内心

また、 $AP =$ であり、したがって、

$$PF : PR = \text{コ} : 1$$

となる。さらに、四面体 EAPR の体積は $\sqrt{\text{シ}}$ である。

補足説明

三角形において、

その外接円の中心を外心、

その内接円の中心を内心という。

第4問 (必答問題)(配点 25)

袋 A, B, C, D があり、それぞれに 4 枚のカードが入っている。各袋のカードには、1 から 4 までの番号がつけられている。袋 A, B, C, D からカードを 1 枚ずつ取り出し、出た数をそれぞれ a, b, c, d とする。

(1) a, b, c, d の最大の数が 3 以下である場合は 通りあり、最大の数 4 である場合は 通りある。

(2) a, b, c, d について、 $a < b < c$ となる場合は 通りある。

(3) 出た数 a, b, c, d によって、次のように得点を定める。

$a \leq b \leq c \leq d$ のときは、 $(d - a + 1)$ 点

それ以外のときは、0 点

(i) 得点が 1 点となる確率は $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ であり、得点が 4 点となる確率は $\frac{\text{サ}}{\text{シスセ}}$ である。

(ii) 期待値は $\frac{\text{ソタ}}{\text{チツテ}}$ 点である。