$\boxed{8}$ 三角形 ABC があり，$\angle$BAC の二等分線と辺 BC との交点を D とする。

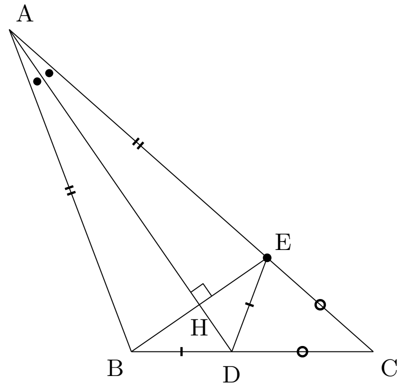
$\angle BAC : \angle BCA = 2 : 3$ であり，さらに $AB + CD = AC$ である。

このとき$\angle$BAC は何度か。ただし，2 点 X, Y に対し，線分 XY の長さを XY で表している。

【解答】

$\angle BAC = 2\alpha$ とおくと，$\angle BCA = 3\alpha$

線分 AD に関して $\triangle ABD$ を折り返すと，線分 AB は AC に重なり，B が重なった点を E とする。



すると，3 つの三角形 $\triangle ABE$, $\triangle DBE$, $\triangle CDE$ はすべて二等辺三角形となる。

$$\angle ABC = 180^\circ - (2\alpha + 3\alpha) = 180^\circ - 5\alpha$$

$$\angle ABE = (180^\circ - 2\alpha) \div 2 = 90^\circ - \alpha$$

ゆえに

$$\angle CBE = (180^\circ - 5\alpha) - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ - 4\alpha$$

$$\angle CDE = \angle CED = 2 \times \angle CBE = 180^\circ - 8\alpha$$

$\triangle CDE$ で

$$3\alpha + 2(180^\circ - 8\alpha) = 180^\circ$$

これを解いて，$\alpha = \dfrac{180^\circ}{13}$

ゆえに $\angle BAC = 2\alpha = \mathbf{\dfrac{360^\circ}{13}}$