

【単位分数の和と整数問題】

「1」を単位分数(分子が1である分数)に分ける方法。分母は100より小さい自然数とする。

【例】 $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

$k$ を自然数とすると、

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{k}$ , ( $k < x < y$ ) を満たす  $x, y$  の組は変形して  $(x - k)(y - k) = k^2$  を解く。

(1)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$  を満たす  $x, y$  は  $(x - 4)(y - 4) = 16$  を解く。

$\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$  なので  $4 < x < 8 < y < 100$  の範囲でさがす。  $0 < x - 4 < 4 < y - 4 < 96$ ,  $16 = 2^4$  に注意して

$x - 4$	1	2	より	$x$	5	6
$y - 4$	16	8		$y$	20	12

$(x, y) = (5, 20), (6, 12)$  の2組

(2)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$  を満たす  $x, y$  は  $(x - 6)(y - 6) = 36$  を解く。

$6 < x < 12 < y < 100$  の範囲でさがす。  $0 < x - 6 < 6 < y - 6 < 90$ ,  $36 = 2^2 \cdot 3^2$  に注意して

$x - 6$	1	2			より	$x$	7	8		
$y - 6$	36					$y$	42			

$(x, y) = (7, 42), (8, \square), (\square, \square), (\square, \square)$  の4組

(参考)

$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}, \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}, \frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}, \frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}, \frac{2}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}, \frac{1}{17} = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68},$   
 $\frac{2}{21} = \frac{1}{14} + \frac{1}{42}, \frac{2}{35} = \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

1 次の分数を単位分数の和に分けよ。ただし,  $x < y < 100$  とする。

(1)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(2)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(3)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{9}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(4)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(5)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(6)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{14}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(7)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(8)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(9)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

(10)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}$

$x -$		より
$y -$		

$x$	
$y$	

$$(11) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{21}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(12) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{22}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(13) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(14) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{26}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(15) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{28}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(16) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(17) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{32}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(18) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{35}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(19) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{36}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(20) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{40}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

$$(21) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{42}$$

$x-$		より
$y-$		

$x$	
$y$	

(22)