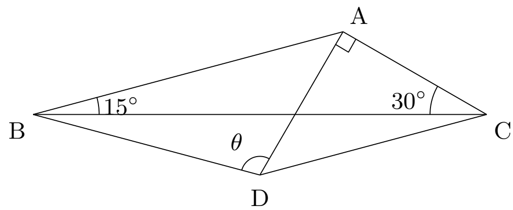
【角度の問題】問題 9

$\boxed{問}$ $\triangle$ABD は AD $=$ AC の直角二等辺三角形です。
図の $\angle$ADB の角度を求めよ。



【求め方】

$\angle \mathrm{BAC} = 180^\circ - (15^\circ + 30^\circ) = 135^\circ$

$\angle \mathrm{BAD} = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

$\triangle$ABC の外心を O，OA と BC の交点を E とする。

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 円周角と中心角の関係より

$\angle \mathrm{AOB} = 2\angle \mathrm{ACB} = 60^\circ$ であるから

$\triangle$OAB は正三角形である。

ゆえに，　$\mathrm{AB} = \mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC}$ $\cdots\cdots$①

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ の円周角と中心角の関係より

$\angle \mathrm{AOC} = 2\angle \mathrm{ABC} = 30^\circ = \angle \mathrm{ACE}$ であるから

$\triangle \mathrm{AOC} \backsim \triangle \mathrm{ACE}$

ゆえに，　$\mathrm{CE} = \mathrm{CA} = \mathrm{AD}$ $\cdots\cdots$②

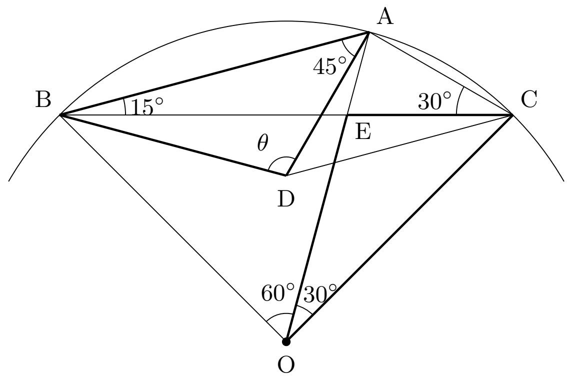
$\angle \mathrm{OCA} = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

$\angle \mathrm{OCE} = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ = \angle \mathrm{BAD}$ $\cdots\cdots$③

①, ②, ③ より

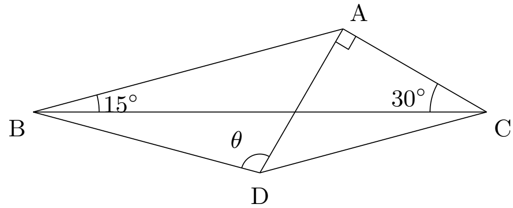
$\triangle \mathrm{ABD} \equiv \triangle \mathrm{COE}$

よって $\boldsymbol{\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{CEO}} = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = \mathbf{105^\circ}$



【角度の問題】問題 9

$\boxed{問}$ $\triangle$ABD は AD $=$ AC の直角二等辺三角形です。
図の $\angle$ADB の角度を求めよ。



図のように，四角形 APQC が長方形となるように，
正方形 OABC と正三角形 OPQ を作ると

$$\mathrm{OB} = \mathrm{AC} = \mathrm{PQ} = \mathrm{OP}$$

より，$\triangle$OBP は二等辺三角形である。
線分 PQ の中点を M とすると

$\angle \mathrm{OBP} = \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{MOP} = 15^\circ$

AP $/\!/$ OB より $\angle \mathrm{APB} = \angle \mathrm{OBP} = 15^\circ$

$\angle \mathrm{ABP} = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$

問題の図形と一致する。したがって

$$\theta = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = \mathbf{105^\circ}$$