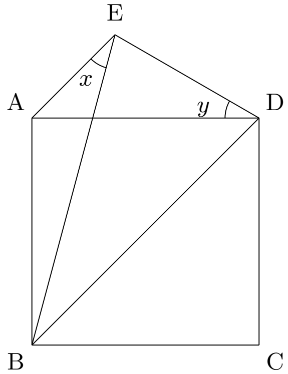
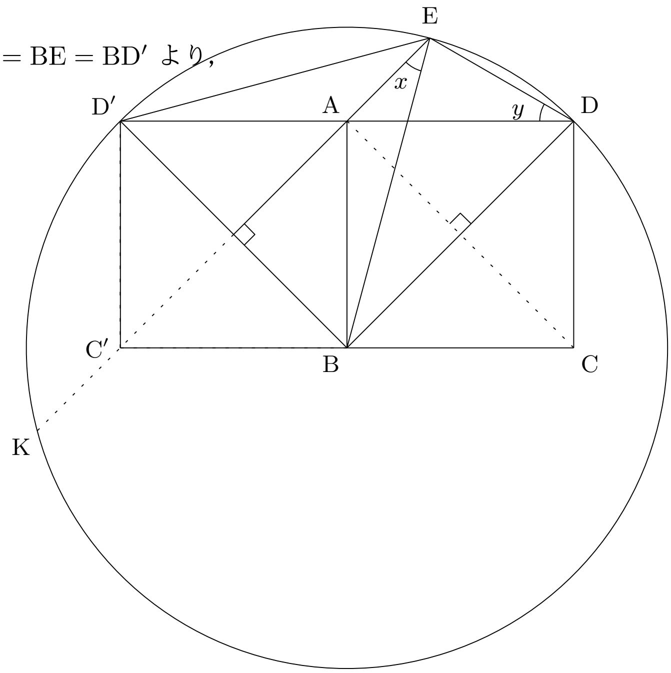
【角度の問題】問題 **15**

右図のように，四角形 ABCD は正方形で
AE $/\!/$ BD, BD $=$ BE のとき，
$\angle$AEB, $\angle$ADE を求めよ。



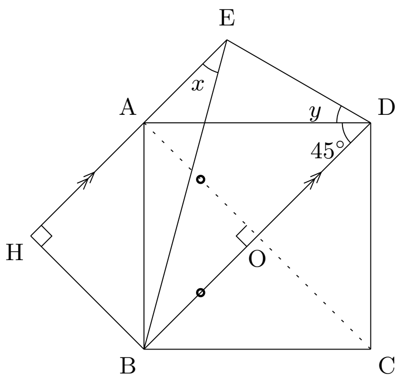
〔1977 慶應義塾高校 ④ , 類題 1990 大阪教育大付属池田校舎高等学校 ④〕

【解答 1】
線分 AB に関して正方形 ABCD と対称な正方形 ABC'D' を
図のようにとる。
点 B を中心とし，点 D を通る円をかくと，BD $=$ BE $=$ BD$'$ より，
点 E, D$'$ も円上にある。
AE $/\!/$ BD より
直線 EAC$'$ は線分 BD$'$ の垂直二等分線である。
よって，EB $=$ ED$'$ である。
また，BD$'$ $=$ BE より
　△EBD$'$ は正三角形である。
よって，$\angle\mathbf{AEB} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\angle\mathbf{D'EB} = \mathbf{30^\circ}$



円周角と中心角の関係より
$\angle\mathbf{EDA} = \angle\mathbf{EDD'} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\angle\mathbf{EBD'} = \mathbf{30^\circ}$

【解答 2】
対角線 AC と BD の交点を O とすると，
四角形 ABCD は正方形であるから，
　AO $\perp$ OB, OA $=$ OB
点 B から直線 EA に下ろした垂線の足を H とすると，
　AO $\perp$ AH より，
四角形 OAHB は正方形である。
　BH $=$ BO $= \dfrac{1}{2}$BD $= \dfrac{1}{2}$BE
より，△EBH は BH : BE $= 1 : 2$ の直角三角形である。
よって，$\boldsymbol{x = 30^\circ}$



△BDE は二等辺三角形で，$\angle$DBE $=$ $\angle$HEB $= 30^\circ$ より，
$\angle\text{BDE} = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$
よって，$\boldsymbol{y = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ}$